Exercice :

A) Répondre par **Vrai** ou **Faux** en justifiant la réponse.

1°) La suite (t_n) définie sur *IN* par $t_n = 1 - \frac{1}{n}$ est une suite croissante.

2°) La suite (w_n) définie sur *IN* par $w_n = -2^n$ n'admet pas de limite.

3°) La suite (s_n) définie sur *IN* par $s_n = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ est majorée par 2.

B) Le tableau ci-contre est le tableau de variation de la fonction *f* définie sur $[-1,+\infty[$ pat

$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{(x+2)^2+3} - 2$.

x	-1	$+\infty$
f		↗

1°) Recopier et compléter le tableau.

2°) Soit (u_n) la suite définie sur *IN* par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n), \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$$

Montrer, par récurrence que $-1 \leq u_n \leq 3$ pour tout entier naturel *n*.

3°) Soit la suite (v_n) définie sur *IN* par : $v_n = (u_n+2)^2 - 1$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de *n*, calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn

A)

1°) $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $t_{n+1} - t_n = 1 - \frac{1}{n+1} - 1 + \frac{1}{n}$

$= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$= \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)} > 0$

Donc (t_n) est croissante **Vrai**

2°) $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \lim\limits_{n\to+\infty} -2^n = \lim\limits_{n\to+\infty} -(2^n) = -\infty$ ($2^n \to +\infty$)

car $2 > 1$

Faux